**РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ**

**Факультет физико-математических и естественных наук**

**Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей**

**ОТЧЕТ**

**ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 8**

*дисциплина: Математическое моделирование*

Студент: Чусовитина Полина Сергеевна

Группа: НПИбд-02-19

**МОСКВА**

**2022 г.**

**Модель конкуренции двух фирм**

**Вариант 32**

**Цель работы:** Изучить модель конкуренции двух фирм.

**Теоретические сведения**

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

$N$ - число потребителей производимого продукта.

$S$ – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

$M$ – оборотные средства предприятия

$\tau$ - длительность производственного цикла

$p$ - рыночная цена товара

$\widetilde{p}$ - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

$\delta$ - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

$k$ - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

$Q(S/p)$ – функция спроса, зависящая от отношения дохода $S$ к цене $p$. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k\frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p\_{cr}})$$

где $q$ – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p\_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p\_{cr} = Sq/k$. Параметр $k$ – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p\_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M \delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p\_{cr}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены $p$ представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma (-\frac{M\delta}{\tau \widetilde{p}} + Nq(1-\frac{p}{p\_{cr}}) )$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр $\gamma$ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла $\tau$. При заданном M уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$ -\frac{M\delta}{\tau \widetilde{p}} + Nq(1-\frac{p}{p\_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены $p$ равно

$$ p = p\_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau \widetilde{p} Nq})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M \delta}{\tau}(\frac{p}{p\_{cr}}-1) - M^2 ( \frac{\delta}{\tau \widetilde{p} })^2 \frac{p\_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию $dM/dt=0$

$$ \widetilde{M\_{1,2}} = \frac{1}{2} a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$ a = Nq(1 - \frac{\widetilde{p}}{p\_{cr}} \widetilde{p} \frac{\tau}{\delta}), b = kNq \frac{(\tau \widetilde{p})^2}{p\_{cr}\delta ^2} $$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b < a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При $b < a$ стационарные значения $M$ равны

$$ \widetilde{M\_{+}} = Nq \frac{\tau}{\delta}(1 - \frac{\widetilde{p}}{p\_{cr}})\widetilde{p}, \widetilde{M\_{-}} = k\widetilde{p} \frac{\tau}{\delta(p\_{cr} - \widetilde{p})} $$

Первое состояние $\widetilde{M\_{+}}$ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \widetilde{M\_{-} неустойчиво, так, что при $M < \widetilde{M\_{-}}$ оборотные средства падают ($dM/dt < 0$), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу $\widetilde{M\_{-}}$ соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр $\delta$ всюду входит в сочетании с $\tau$. Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta = 1$, а параметр $\tau$ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

**Задание**

1. Изучить модель конкуренции двух фирм

2. Построить графики изменения оборотных средств в двух случаях

**Ход работы:**

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM\_1}{d\Theta} = M\_1 - \frac{b}{c\_1}M\_1 M\_2 - \frac{a1}{c1} M\_1^2 $$

$$ \frac{dM\_2}{d\Theta} = \frac{c\_2}{c\_1} M\_2 - \frac{b}{c\_1} M\_1 M\_2 - \frac{a\_2}{c\_1} M\_2^2$$ где

$$ a\_1 = \frac{p\_{cr}}{\tau\_1^2 \widetilde{p}*1^2 Nq } $$ $$ a\_2 = \frac{p*{cr}}{\tau\_2^2 \widetilde{p}*2^2 Nq } $$ $$ b = \frac{p*{cr}}{\tau\_1^2 \widetilde{p}\_1^2 \tau\_2^2 \widetilde{p}*2^2 Nq} $$ $$ c\_1 =* *\frac{p*{cr} - \widetilde{p}\_1}{\tau\_1 \widetilde{p}*1} $$ $$ c\_2 = \frac{p*{cr} - \widetilde{p}\_2}{\tau\_2 \widetilde{p}\_2} $$

также введена нормировка $t = c\_1 \Theta$

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально- психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M\_1 M\_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM\_1}{d\Theta} = M\_1 - \frac{b}{c\_1}M\_1 M\_2 - \frac{a1}{c1} M\_1^2 $$

$$ \frac{dM\_2}{d\Theta} = \frac{c\_2}{c\_1} M\_2 - (\frac{b}{c\_1}+0,00033) M\_1 M\_2 - \frac{a\_2}{c\_1} M\_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$ M\_0^1=3.3 : M\_0^2=2.2 $$ $$ p\_{cr}=26 : N=33 : q=1 $$ $$ \tau\_1=25 : \tau\_2=14 $$ $$ \widetilde{p}\_1=5.5 : \widetilde{p}\_2=11 $$

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.

2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

Реализация в OpenModelica:

model lab8

parameter Real p\_cr = 26;

parameter Real N = 33;

parameter Real q = 1;

parameter Real tau1 = 25;

parameter Real tau2 = 14;

parameter Real p1 = 5.5;

parameter Real p2 = 11;

parameter Real d = 0.00033;

parameter Real a1 = p\_cr/(tau1\*tau1\*p1\*p1\*N\*q);

parameter Real a2 = p\_cr/(tau2\*tau2\*p2\*p2\*N\*q);

parameter Real b = p\_cr/(tau1\*tau1\*tau2\*tau2\*p1\*p1\*p2\*p2\*N\*q);

parameter Real c1 = (p\_cr-p1)/(tau1\*p1);

parameter Real c2 = (p\_cr-p2)/(tau2\*p2);

Real M1\_1(start=3.3);

Real M2\_1(start=2.2);

Real M1\_2(start=3.3);

Real M2\_2(start=2.2);

equation

der(M1\_1) = M1\_1 - (a1/c1)\*M1\_1\*M1\_1 - (b/c1)\*M1\_1\*M2\_1;

der(M2\_1) = (c2/c1)\*M2\_1 - (a2/c1)\*M2\_1\*M2\_1 - (b/c1)\*M1\_1\*M2\_1;

equation

der(M1\_2) = M1\_2 - (a1/c1)\*M1\_2\*M1\_2 - (b/c1)\*M1\_2\*M2\_2;

der(M2\_2) = (c2/c1)\*M2\_2 - (a2/c1)\*M2\_2\*M2\_2 - (b/c1+d)\*M1\_2\*M2\_2;

annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=20, Tplerance=1e-06,Interval=0.05));

end lab8;

График для 1 случая:

График для 2 случая:

**Вывод:** Я изучила модель конкуренции двух фирм и построила соответсвующие графики.